ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΟ ΣΕΜΙΝΑΡΙΟ ΣΤΗ ΡΟΗ RICCI

Στα πλαίσια του *Σεμιναρίου Γεωμετρίας* και τού προγράμματος *Εκπόνηση Μεταδιδακτορικής Έρευνας στο Α.Π.Θ.*, ο διδάκτορας τού *Ινστιτούτου Μαθηματικών τού Πανεπιστημίου Georg-August τού Göttingen (Γερμανία)* και μεταδιδάκτορας τού Τμήματός μας κ. **Ηλίας Τεργιακίδης**, κατά τη διάρκεια τού εαρινού εξαμήνου τού Ακαδημαϊκού Έτους 2017-2018, θα δώσει μία σειρά ομιλιών με θέμα:

Εισαγωγή στη ροή Ricci.

Το πρόγραμμα των ομιλιών είναι:

Πέμπτη, 12:00 – 14:00, στην αίθουσα Μ1 (3^{ος} όροφος, ΣΘΕ)

<u>Έναρξη τού σεμιναρίου</u>: Πέμπτη, 22 Φεβρουαρίου 2018.

Οι μεταπτυχιακοί φοιτητές της κατεύθυνσης των Θεωρητικών Μαθηματικών και όλοι οι ενδιαφερόμενοι παρακαλούνται να συμμετάσχουν.

<u>Περιγραφή</u>

Η *Εικασία τού Poincaré* αποτελούσε, μέχρι το 2003, ένα από τα μεγαλύτερα ανοιχτά μαθηματικά προβλήματα τού εικοστού αιώνα. Γύρω στο 1900, ο Γάλλος μαθηματικός *Henri Poincaré* (1854 – 1912) έθεσε το ερώτημα *αν μία απλά συνεκτική, κλειστή, τρισδιάστατη πολλαπλότητα είναι υποχρεωτικά η σφαίρα* S^3.

Μετά από πολλά χρόνια άκαρπης έρευνας, λόγω τοπολογικών δυσκολιών, τη δεκαετία του ‘70, ο Αμερικανός μαθηματικός *William Thurston* (1946 – 2012) έκανε μία αξιοσημείωτη πρόοδο! Δεν πρότεινε απλά έναν τρόπο για να προσεγγιστεί η εικασία του Poincaré, αλλά διατύπωσε μία γενικότερη εικασία, τη γνωστή ως *Εικασία τής Γεωμετρικοποίησης* (*Geometrization Conjecture*) η οποία, εάν αποδεικνυόταν, θα μας οδηγούσε στην ταξινόμηση όλων των συμπαγών τρισδιάστατων πολλαπλοτήτων.

Η ροή Ricci είναι η γεωμετρική εξελικτική εξίσωση (geometric evolution equation)

$$\frac{\partial g_t}{\partial t} = -2\mathrm{Ric}(g_t), \quad g_0 = g,$$

η οποία εξελίσσει χρονικά τη μετρική Riemann g μίας πολλαπλότητας Riemann (M, g) στην κατεύθυνση τής καμπυλότητας Ricci και παρουσιάζει πολλές ομοιότητες με την εξίσωση τής θερμότητας, μπορούμε, δηλαδή, να την αντιμετωπίσουμε ως μία γενικευμένη εξίσωση θερμότητας. Η εξίσωση αυτή εισήχθη από τον Αμερικανό μαθηματικό Richard Hamilton το 1982 προκειμένου να μελετήσει την Εικασία τής Γεωμετρικοποίησης. Το πρώτο αποτέλεσμα τού Hamilton προς αυτήν την κατεύθυνση ήταν η ταξινόμηση τών κλειστών τρισδιάστατων πολλαπλοτήτων με θετική καμπυλότητα Ricci.

Παρόλο που η κατασκευή τού Hamilton φαινόταν πολλά υποσχόμενη και όλα έδειχναν ότι θα ήταν αυτός που θα κατέληγε στην απόδειξη τής εικασίας, αυτό, τελικά, δεν συνέβη. Το 2002 και το 2003 ο Ρώσσος μαθηματικός Grisha Perelman δημοσίευσε τρία άρθρα στο arXiv και ολοκλήρωσε το πρόγραμμα τού Hamilton αποδεικνύοντας την Εικασία τής Γεωμετρικοποίησης του Thurston. Για αυτό του το αποτέλεσμα, το 2006 βραβεύτηκε με το μετάλλιο Fields. Αρνήθηκε να παραλάβει το βραβείο καθώς και το ένα εκατομμύριο δολλάρια που το συνόδευαν...

Το σεμινάριο αυτό αποτελεί μία εισαγωγή στις βασικές τεχνικές του Hamilton αλλά και σε συγκεκριμένες τεχνικές που αναπτύχθηκαν από τον Perelman για τη προσέγγιση τού προβλήματος ταξινόμησης τών τρισδιάστατων συμπαγών πολλαπλοτήτων. Θα γίνει ιδιαίτερη αναφορά στο αν και πώς μπορούν όλες αυτές οι τεχνικές να μεταφερθούν στη διάσταση τέσσερα, διάσταση στην οποία η καμπυλότητα παρουσιάζει πολύ μεγαλύτερη πολυπλοκότητα, προκειμένου να μελετηθούν οι 4-διάστατες συμπαγείς πολλαπλότητες.

Ενδεικτική Βιβλιογραφία

[1] B. Chow and D. Knopf, *The Ricci Flow: An Introduction*, Mathematical Surveys and Monographs, vol. 110, American Mathematical Society, 2004.

[2] B. Chow, P. Lu, and L. Ni, *Hamilton's Ricci Flow*, Graduate Studies in Mathematics, vol. 77, American Mathematical Society Science Press, 2006.

[3] B. Chow, S.-C. Chu, D. Glickenstein, C. Guenther, J. Isenberg, T. Ivey, D. Knopf, P. Lu, F. Luo and L. Ni, *The Ricci Flow: Tecniques and Applications, Part I: Geometric Aspects*, Mathematical Surveys and Monographs, vol. 135, American Mathemaical Society, 2007.

[4] R. Hamilton, *Three-manifolds with positive Ricci curvature*, J. Diff. Geo. **17** (1982), 255-306

[5] R. Hamilton, *Four-manifolds with positive curvature operator*, J. Diff. Geo. **24** (1986), 153-179.

[6] R. Hamilton, *The Ricci flow on surfaces*, Contemporary Mathematics **71** (1988), 237-261.

[7] R. Hamilton, *The formation of singularities in the Ricci flow*, Surveys in Differential Geometry (Cambridge, MA, 1993) **2** (1995), 7-136.

[8] G. Perelman, *The entropy formula for the Ricci flow and its geometric applications* (2002), available at arXiv: math.DG/0211159.

[9] G. Perelman, *Ricci flow with surgery on three-manifolds* (2003), available at arXiv:math. DG/0303109.

[10] G. Perelman, *Finite extinction time for solutions to the Ricci flow on certain three-mani-Folds* (2003), available at arXiv:math.DG/0307245.

Πληροφορίες: Ηλίας Τεργιακίδης (tergiakidis@math.auth.gr)

Φανή Πεταλίδου (petalido@math.auth.gr)